



## Optyka nanostruktur

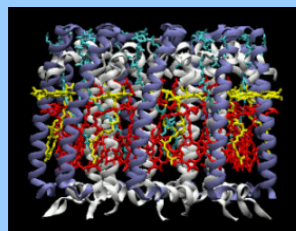
Sebastian Maćkowski

Instytut Fizyki

Uniwersytet Mikołaja Kopernika

Adres poczty elektronicznej: mackowski@fizyka.umk.pl

Biuro: 365, telefon: 611-3250



SL 2008/2009



## Plan na dzisiaj

## półprzewodniki

SL 2008/2009



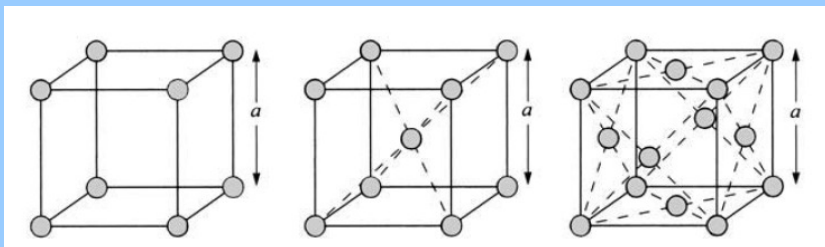
## Struktura krystaliczna

proste komórki elementarne – sieci proste

cubic (Po)

bcc (Na, W)

fcc (Al, Au)

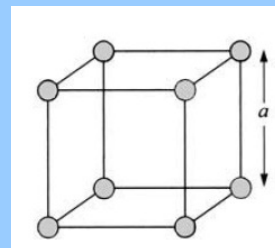


SL 2008/2009



## Dygresja

cubic (Po)



polon to jedyny pierwiastek, którego struktura krystaliczna jest prostym sześcianem

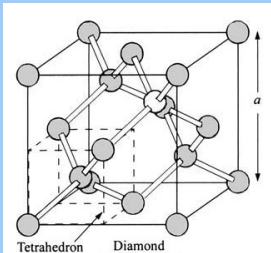
wynika to prawdopodobnie ze współzawodnictwa między efektem relatywistycznego zwiększenia masy elektronu a oddziaływaniem spin-orbita (więcej: Physics Today z sierpnia 2007 i w Physical Review Letters 99 (2007) 016402

SL 2008/2009

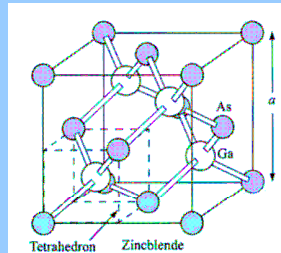


## Struktura krystaliczna

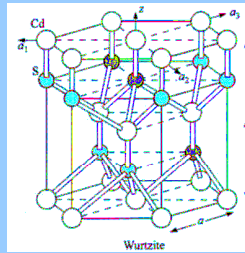
struktura diamentu  
Si, Ge, C



struktura blendy cynkowej  
GaAs, CdTe, ...



struktura wurcytu  
GaN, CdS, ...

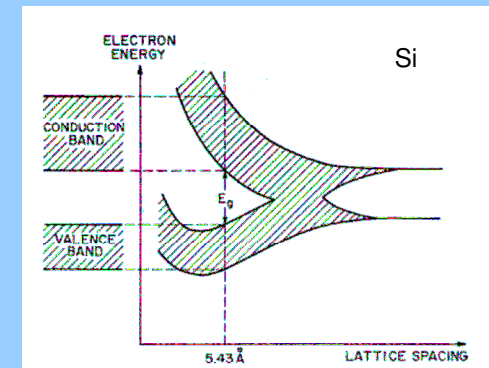


dwie sieci kubiczne powierzchniowo  
centrowane przesunięte wobec siebie  
o 1/4 długości przekątnej sześcianu

SL 2008/2009



## Pasma energetyczne



minimum całkowitej energii elektronów

SL 2008/2009

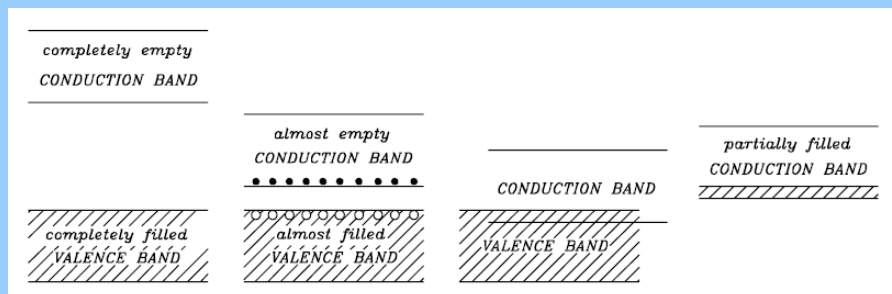


## Pasma energetyczne

izolator

półprzewodnik

przewodnik/metal



SL 2008/2009



## Pasma energetyczne

równanie Schrödingera dla elektronu w potencjale  $V=V(r)$

$$\left[ -\frac{\hbar^2}{2m^*} \nabla^2 + V(r) \right] \psi(\mathbf{r}, \mathbf{k}) = E(\mathbf{k}) \psi(\mathbf{r}, \mathbf{k})$$

dla potencjału  $V=V(r)$  periodycznego z okresem sieci

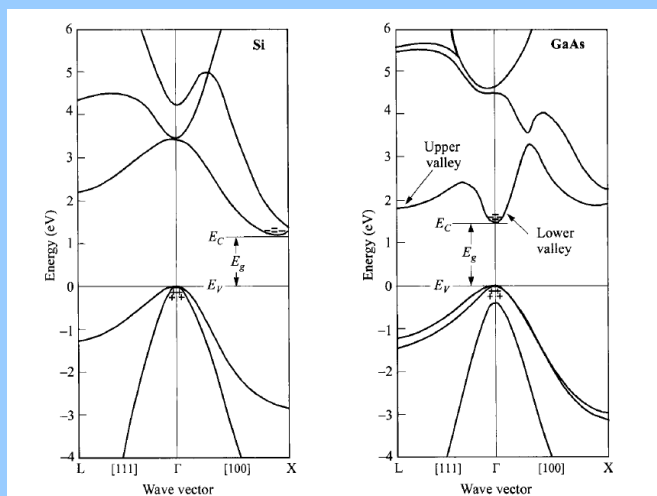
$$\psi(\mathbf{r}, \mathbf{k}) = \exp(j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) U_b(\mathbf{r}, \mathbf{k})$$

$\exp(j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r})$  – fala płaska, wolnozmienna w skali całej sieci  
 $\psi(\mathbf{r}, \mathbf{k})$  i  $U_b(\mathbf{r}, \mathbf{k})$  – funkcje periodyczne z okresem sieci

SL 2008/2009



## Struktura pasmowa



$$E = E(k)$$

pasmo przewodnictwa

pasmo walencyjne

SL 2008/2009



## Struktura pasmowa

w pobliżu centrum strefy Brillouina (punkt  $\Gamma$ ,  $k=0$ )

$$E(k) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m^*} \quad \text{zależność paraboliczna}$$

$m^*$  - masa efektywna, w ogólności wielkość tensorowa

$$\frac{1}{m_{ij}^*} \equiv \frac{1}{\hbar^2} \frac{\partial^2 E(k)}{\partial k_i \partial k_j}$$

SL 2008/2009



## Układ okresowy

Group	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
Period	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
1	H	He																
2	Li	Be																
3	Na	Mg																
4	K	Ca	Sc	Ti	V	Cr	Mn	Fe	Co	Ni	Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	Kr
5	Rb	Sr	Y	Zr	Nb	Mo	Tc	Ru	Rh	Pd	Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	Xe
6	Cs	Ba	* Lu	Hf	Ta	W	Re	Os	Ir	Pt	Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	Rn
7	Fr	Ra	** Lr	Rf	Db	Sg	Bh	Hs	Mt	Uun	Uub	Uuc	Uud	Uue	Uuq	Uur	Uus	Uuo
*Lanthanoids			* 57 La	58 Ce	59 Pr	60 Nd	61 Pm	62 Sm	63 Eu	64 Gd	65 Tb	66 Dy	67 Ho	68 Er	69 Tm	70 Yb		
**Actinoids			** 89 Ac	90 Th	91 Pa	92 U	93 Np	94 Pu	95 Am	96 Cm	97 Bk	98 Cf	99 Es	100 Fm	101 Md	102 No		

SL 2008/2009



## Własności półprzewodników

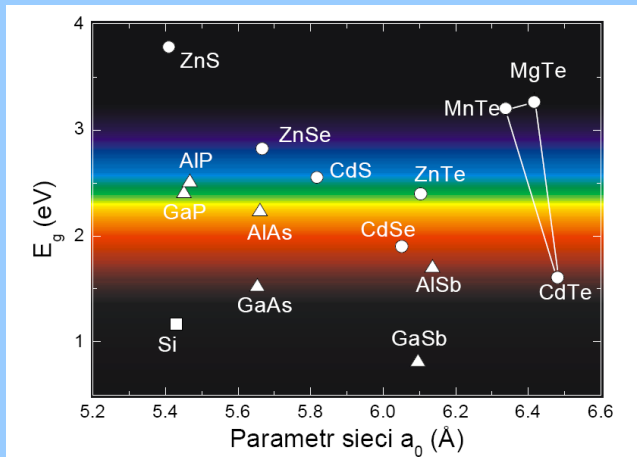
Semiconductor	Crystal Struct.	Lattice Const. at 300 K (Å)	Bandgap (eV)		Band	Mobility at 300 K (cm <sup>2</sup> /V-s)		Effective Mass		$\epsilon_s/\epsilon_0$
			300 K	0 K		$\mu_n$	$\mu_p$	$m_n^*/m_0$	$m_p^*/m_0$	
C Carbon (diamond)	D	3.56683	5.47	5.48	I	1,800	1,200	0.2	0.25	5.7
Ge Germanium	D	5.64613	0.66	0.74	I	3,900	1,900	1.64 <sup>d</sup> , 0.082 <sup>e</sup>	0.04 <sup>h</sup> , 0.28 <sup>h</sup>	16.0
Si Silicon	D	5.43102	1.12	1.17	I	1,450	500	0.98 <sup>f</sup> , 0.19 <sup>g</sup>	0.16 <sup>h</sup> , 0.49 <sup>h</sup>	11.9
IV-IV SiC Silicon carbide	W	$a=3.086, c=15.117$	2.996	3.03	I	400	50	0.60	1.00	9.66
III-V AlAs Aluminum arsenide	Z	5.6605	2.36	2.23	I	180		0.11	0.22	10.1
AlP Aluminum phosphide	Z	5.4635	2.42	2.51	I	60	450	0.212	0.145	9.8
AlSb Aluminum antimonide	Z	6.1355	1.58	1.68	I	200	420	0.12	0.98	14.4
BN Boron nitride	Z	3.6157	6.4		I	200	500	0.26	0.36	7.1
"	W	$a=2.55, c=4.17$	5.8		D			0.24	0.88	6.85
BP Boron phosphide	Z	4.5383	2.0		I	40	500	0.67	0.042	11
GaAs Gallium arsenide	Z	5.6533	1.42	1.52	D	8,000	400	0.063	0.076 <sup>h</sup> , 0.5 <sup>h</sup>	12.9
GaN Gallium nitride	W	$a=3.189, c=5.182$	3.44	3.50	D	400	10	0.27	0.8	10.4
GaP Gallium phosphide	Z	5.4512	2.26	2.34	I	110	75	0.82	0.60	11.1
GaSb Gallium antimonide	Z	6.0959	0.72	0.81	D	5,000	850	0.042	0.40	15.7
InAs Indium arsenide	Z	6.0584	0.36	0.42	D	33,000	460	0.023	0.40	15.1
InP Indium phosphide	Z	5.8686	1.35	1.42	D	4,600	150	0.077	0.64	12.6
InSb Indium antimonide	Z	6.4794	0.17	0.23	D	80,000	1,250	0.0145	0.40	16.8
II-VI CdS Cadmium sulfide	Z	5.825	2.5		D	350	40	0.14	0.51	5.4
"	W	$a=4.136, c=6.714$	2.49		D	800		0.20	0.7	9.1
CdSe Cadmium selenide	Z	6.050	1.70	1.85	D	200	180	0.13	0.45	10.0
CdTe Cadmium telluride	Z	6.482	1.56		D	1,050	100			10.2
ZnO Zinc oxide	R	4.580	3.35	3.42	D	200	180	0.27	0.23	9.6
ZnS Zinc sulfide	Z	5.410	3.66	3.84	D	600	800	0.39	0.23	8.4
"	W	$a=3.822, c=6.26$	3.78		D	280	800	0.287	0.49	9.6
IV-VI PbS Lead sulfide	R	5.9362	0.41	0.286	I	600	700	0.25	0.25	17.0
PbTe Lead telluride	R	6.4620	0.31	0.19	I	6,000	4,000	0.17	0.20	30.0

D = Diamond, W = Wurtzite, Z = Zincblende, R = Rock salt. I, D = Indirect, direct bandgap.  $l, t, h, hh$  = Longitudinal, transverse, light-hole, heavy-hole effective mass.

SL 2008/2009



## Własności półprzewodników

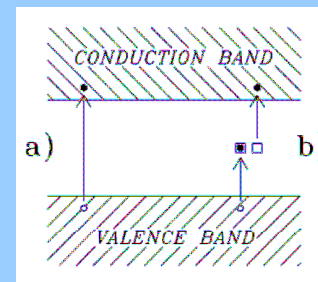


## Wzbudzenia w kryształach

zaburzenie równowagi termodynamicznej kryształu ( $n_p \neq n_i^2$ )

generacja termiczna bezpośrednia gdy  $E_G \sim kT$ , np. Ge

generacja termiczna pośrednia gdy  $E_G > kT$ , np. GaAs, Si



stany w przerwie energetycznej –  
skutek występowania defektów  
i domieszek w kryształe



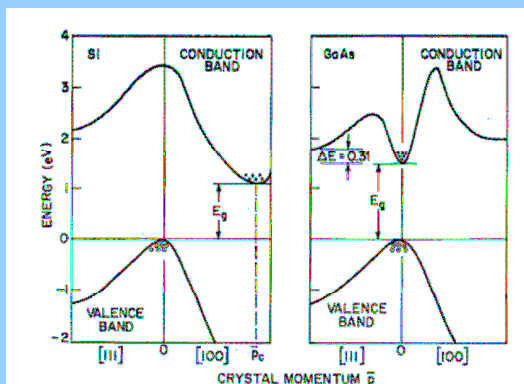
## Wzbudzenia w kryształach

absorpcja promieniowania

przerwa skośna

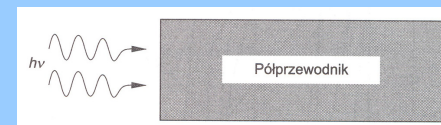
przerwa prosta

konieczność dostarczenia  
dodatkowego pędu  
związanej z różnicą  
wektorów falowych



## Absorpcja

część energii promieniowania ulega odbiciu, typowo ~30%  
redukcja tego efektu – pokrycie antyrefleksyjne (anti-reflective  
coating) – zmniejszenie o ponad rząd wielkości



moc pochłaniana w półprzewodniku

$$P_a(x) = P_i(1-r)(1 - e^{-\alpha x})$$

$P_i$  - moc padająca na powierzchnię kryształu

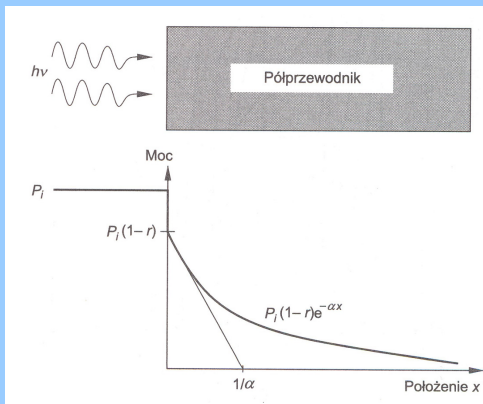
$\alpha$  - współczynnik absorpcji

$1/\alpha$  - głębokość wnikania promieniowania

$r$  - współczynnik odbicia



## Absorpcja



liczba absorbowanych fotonów:  
 $P/E=hv$

wydajność kwantowa  $\eta$

liczba generowanych nośników  
 przypadająca na liczbę  
 padających fotonów

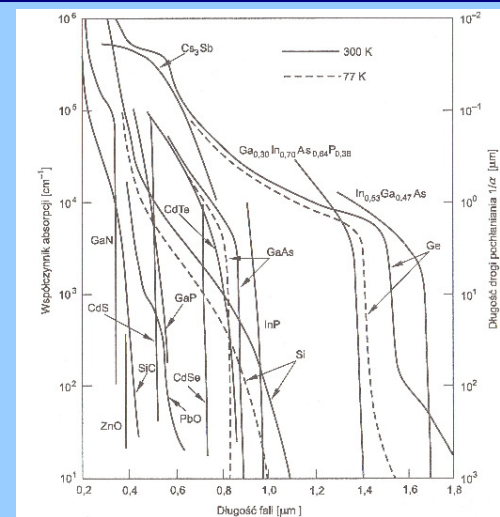
$$\eta(x) = (1-r)(1-e^{-\alpha x})$$

$$0 \leq \eta(x) \leq 1$$

SL 2008/2009



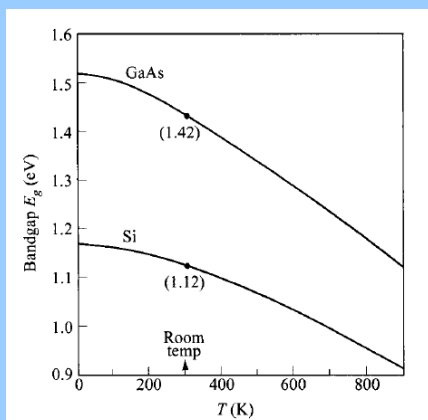
## Absorpcja



SL 2008/2009



## Zależność przerwy od T



	$E_g(0)$ (eV)	$\alpha$ (eV/K)	$\beta$ (K)
GaAs	1.519	$5.4 \times 10^{-4}$	204
Si	1.169	$4.9 \times 10^{-4}$	655

$$E_g(T) = E_g(0) - \frac{\alpha T^2}{T + \beta}$$

wzrost temperatury  
 skutkuje zmniejszeniem  
 przerwy energetycznej

SL 2008/2009



## Ekscyton w 3D

funkcja falowa elektronu i dziury  
 obejmuje wiele stałych sieci kryształu

$$H = \frac{\vec{p}_e^2}{2m_e} + \frac{\vec{p}_h^2}{2m_h} - \frac{e^2}{\epsilon_0(\vec{r}_e - \vec{r}_h)}$$

w języku  
 środka masy

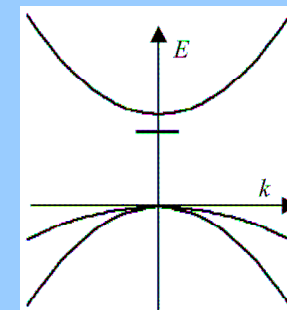
$$M = m_e + m_h$$

$$\vec{P} = \vec{p}_e + \vec{p}_h$$

$$\vec{R} = \frac{m_e \vec{r}_e + m_h \vec{r}_h}{m_e + m_h}$$

$$\vec{p} = \vec{p}_e - \vec{p}_h$$

$$\vec{r} = \vec{r}_e - \vec{r}_h$$



SL 2008/2009



## Ekscyton w 3D

hamiltonian:

$$H = \frac{p^2}{2M} + \frac{p^2}{2\mu} - \frac{e^2}{\epsilon_0 r}$$

$$\mu = (1/m_e + 1/m_h)^{-1}$$

równanie Schrödingera:

$$H\psi = E\psi$$

$$\psi = \exp(i\hbar\vec{K} \cdot \vec{R})\psi_n(\vec{r})$$

$$E = E_K + E_n$$

$$E_K = \frac{\hbar^2 K^2}{2M}$$

energia ruchu  
środką masy

SL 2008/2009



## Ekscyton w 3D

równanie Schrödingera takie samo jak dla atomu wodoru:

$$\left(\frac{p^2}{2\mu} - \frac{e^2}{\epsilon_0 r}\right)\psi_n = E_n\psi_n$$

energie własne

$$E_n = -\frac{e^4\mu}{2n^2\epsilon_0^2\hbar^2}$$

funkcja falowa stanu  
podstawowego

$$\psi_{1s} = \frac{1}{\sqrt{\pi a_0^3}} \exp\left(\frac{-r}{a_0}\right)$$

SL 2008/2009



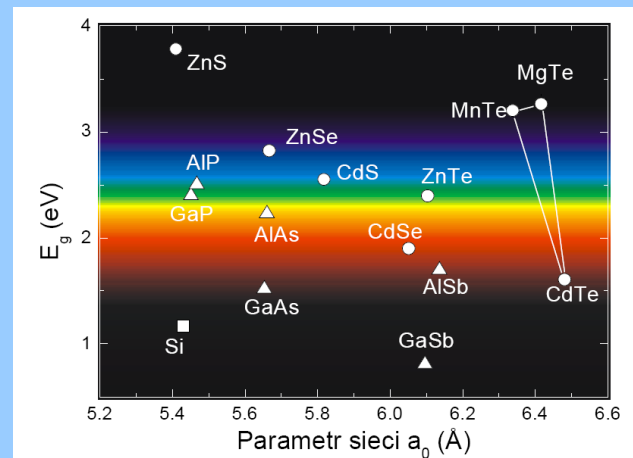
## Ekscyton w 3D

Material	$m_e^*$	$m_h^*$	$\epsilon_r$	$E_{ex}$ [meV]	$r_{ex}$ [nm]
BN	0,752	0,38	5,1	131	1,1
GaN	0,20	0,80	9,3	25,2	3,1
InN	0,12	0,50	9,3	15,2	5,1
GaAs	0,063	0,50	13,2	4,4	12,5
InP	0,079	0,60	12,6	6,0	9,5
GaSb	0,041	0,28	15,7	2,0	23,2
GaP					
InAs	0,024	0,41	15,2	1,3	35,5
InSb	0,014	0,42	17,3	0,6	67,5
ZnS	0,34	1,76	8,9	49,0	1,7
ZnO	0,28	0,59	7,8	42,5	2,2
ZnSe	0,16	0,78	7,1	35,9	2,8
CdS	0,21	0,68	9,4	24,7	3,1
ZnTe	0,12	0,6	8,7	18,0	4,6
CdSe	0,11	0,45	10,2	11,6	6,1
CdTe	0,096	0,63	10,2	10,9	6,5
HgTe	0,031	0,32	21,0	0,87	39,3

SL 2008/2009



## Studnia kwantowa



SL 2008/2009

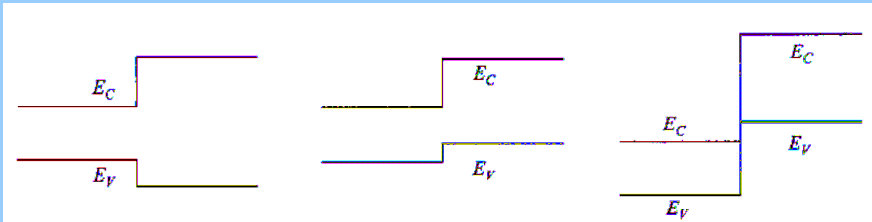


## Heterozłącze

typ I

typ II

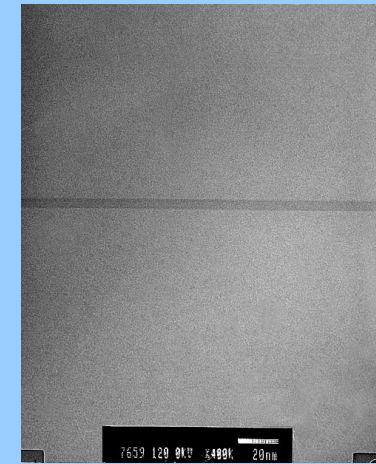
typ III



SL 2008/2009



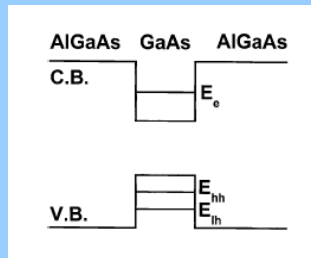
## Studnia kwantowa



SL 2008/2009



## Ekscyton w 2D



dla nieskończonych barier

$$E_n = \frac{\hbar^2 \pi^2 n^2}{mL^2}$$

dla skończonych barier

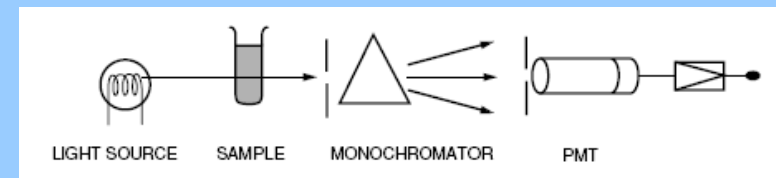
$$V_h(z_h) = \begin{cases} 0, & |z_h| < \frac{1}{2}L \\ V_h, & |z_h| > \frac{1}{2}L \end{cases}$$

$$V_e(z_e) = \begin{cases} 0, & |z_e| < \frac{1}{2}L \\ V_e, & |z_e| > \frac{1}{2}L \end{cases}$$

SL 2008/2009



## Eksperyment optyczny



- ) roztwór czy ciało stałe, temperatura
- ) pomiar dynamiczny lub stacjonarny
- ) zakres widmowy pobudzenia i emisji
- ) szybkość zachodzących procesów (czy ps czy s)
- ) ... (rozdzielczość, natężenie światła, liczba obiektów)

SL 2008/2009



# Absorpcja

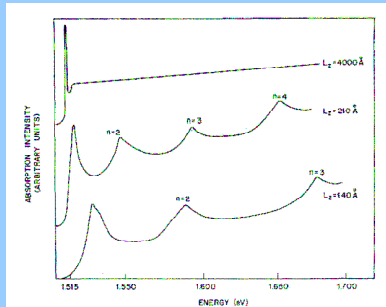
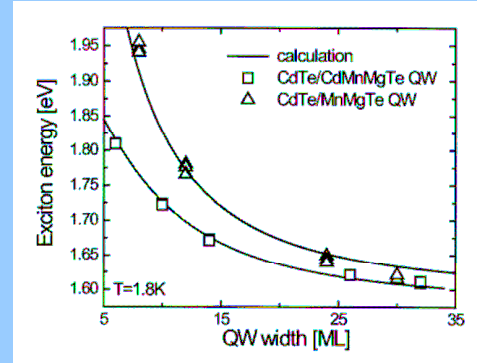
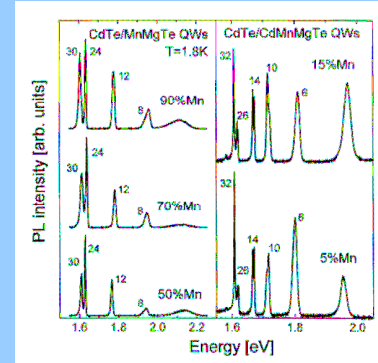


FIG. 2. Typical absorption spectra at 2 K. The traces labeled  $L_z = 210 \text{ \AA}$  and  $L_z = 140 \text{ \AA}$  show excitons associated with the electron and hole, each in the  $n$ th bound state. For  $L_z = 4000 \text{ \AA}$ , the absorption coefficient  $\alpha$  ( $\text{cm}^{-1}$ ) is about  $2.5 \times 10^4$  at the exciton peak and  $\approx 1 \times 10^4$  in the band-to-band region. Similar values are obtained for the thinner multilayers.

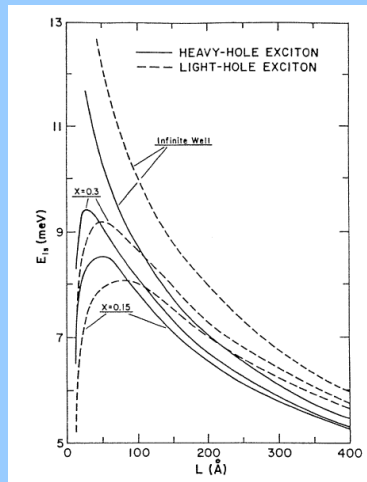
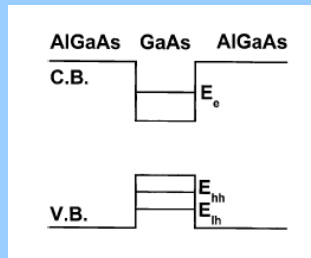


# Fotoluminescencja

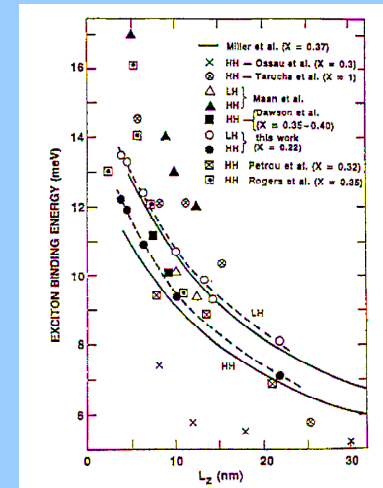
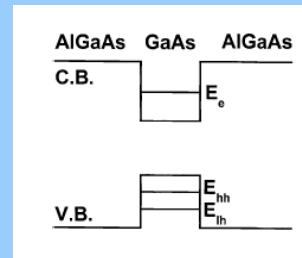
energia emisji maleje z rosnącą szerokością studni kwantowej



# Ekscyton w 2D



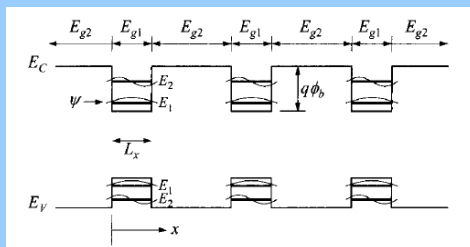
# Ekscyton w 2D



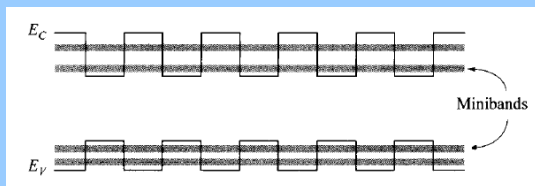




## Wielostudnia kwantowa



(wielo)studnia kwantowa  
(multiple) quantum well

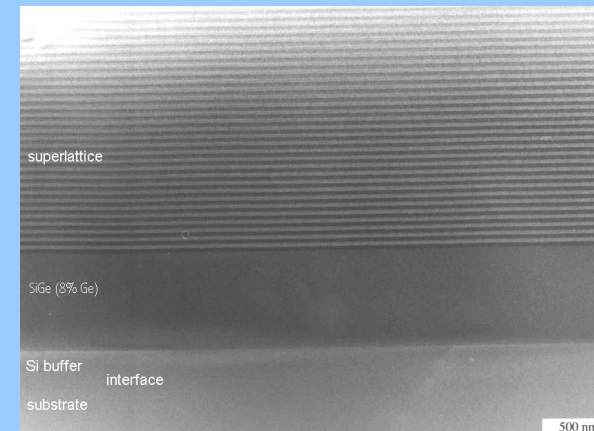


supersieć  
superlattice

SL 2008/2009



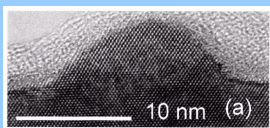
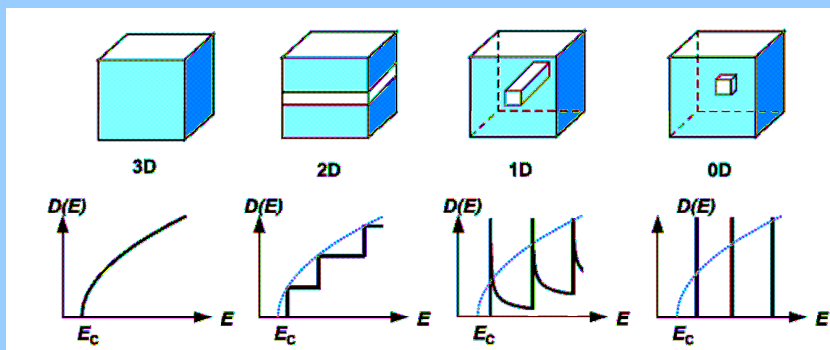
## Supersieć



SL 2008/2009



## Co to jest kropka kwantowa

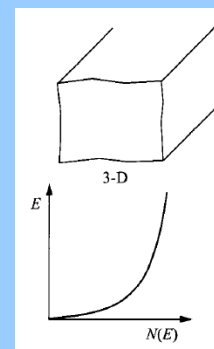


SL 2008/2009



## Materiał objętościowy

materiał objętościowy  
spektrum ciągłe



$$E - E_C = \frac{\hbar^2}{2m_e^*} (k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)$$

$$N(E) = \frac{m^* \sqrt{2m^* E}}{\pi^2 \hbar^3}$$

SL 2008/2009



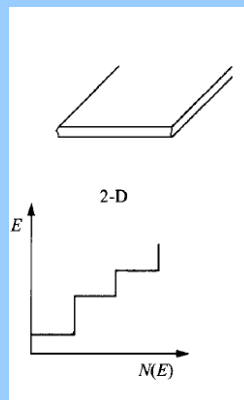
## Studnia kwantowa

### studnia kwantowa

kwantowanie energii w kierunku prostopadłym do płaszczyzny studni

$$E_i = \frac{\hbar^2 \pi^2 i^2}{2m^* L_x^2}$$

$$N(E) = \frac{m^* i}{\pi \hbar^2 L_x}$$



SL 2008/2009



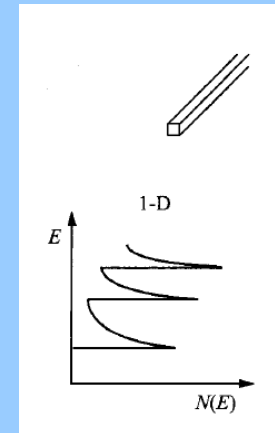
## Drut kwantowy

### drut kwantowy

kwantowanie energii w dwóch kierunkach przestrzennych

$$E_{i,j} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m^*} \left( \frac{i^2}{L_x^2} + \frac{j^2}{L_y^2} \right)$$

$$N(E) = \frac{\sqrt{2m^*}}{\pi \hbar L_x L_y} \sum_{i,j} (E - E_{i,j})^{-1/2}$$



SL 2008/2009



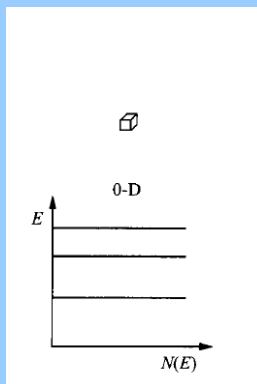
## Kropka kwantowa

### kropka kwantowa

kwantowanie energii we wszystkich trzech kierunkach przestrzennych: dyskretne poziomy energetyczne

$$E_{i,j,k} = \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m^*} \left( \frac{i^2}{L_x^2} + \frac{j^2}{L_y^2} + \frac{k^2}{L_z^2} \right)$$

$$N(E) = \frac{2}{L_x L_y L_z} \sum_{i,j,k} \delta(E - E_{i,j,k})$$



SL 2008/2009